**图卷积与图滤波器；**

类比实函数的卷积与Fourier变换的关系，即Fourier变换的时域卷积定理

定义如下形式的图卷积

**注意，图傅里叶变换不是由函数的傅里叶变换严格推导而来，亦不再有时域、频域的卷积性质。**此外，通常所说的神经网络中的卷积操作（例如CNN中的卷积操作）与这里定义的卷积并非完全一致，神经网络的卷积操作有时也被成为滤波操作。为了进一步得到更加细致的理论支撑，考虑信号处理中的卷积操作：

其中， 的单位为Hz，是频率响应函数。类似的，定义图上的卷积操作：

这里的是图拉普拉斯矩阵的特征向量的第个元素，表示图信号的**频率**响应值，是图信号在**频域** 上的强度。其矩阵形式为：

于此，定义了图的一个滤波器 ，即一个空间到空间的映射，这里的 称为图滤波器 的频率响应矩阵。

考虑式（2.14）所定义的图卷积操作，多数文章中的Graph卷积公式为

这里的 与上述 形式一致。

如果进一步考虑图拉普拉斯矩阵，这里的图拉普拉斯矩阵实际上也是一个由为频率响应矩阵的图滤波器。从变换的角度来说，满足上述性质的矩阵实际上描述了一种作用在图节点一阶子图上的变换，这样的变换称为**图G的图位移算子**。

综合上述内容，另记一个滤波器符号 来表示图的滤波操作，则有如下形式化的基于谱的图卷积操作：

基于谱的ConvGNN的滤波器设计都遵循该卷积形式，关键是的选择。